

15. Vorlesung

13. 6. 1991.

Positronenvernichtung

e^+ : Antiteilchen des Elektrons.

Entsteht z.B. beim β^+ -Zerfall.

Im Festkörper: $e^+ \div \mu^+ \div p$

(Leichtes H-Isotop).

Methode: $e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$ ($3\gamma, \dots$)

- Aus der
- Zeit des Zerfalls,
 - Richtung der γ -Quanten
 - Energie der γ -Quanten

kann man Rückschlüsse auf die Dichte und die Geschwindigkeit der Elektronen im Festkörper ziehen kann.

Positronen werden im Festkörper innerhalb ca. 10^{-12} s thermalisiert. Danach: Diffusion mit thermischer Energie, später Zerfall.

1 γ -Annihilation ist unmöglich:

Im Schwerpunktsystem gilt:

$$\text{Energie: } 2m_e c^2 = p_r c$$

$$\text{Impuls: } 0 = p_r$$

Der Rückstoßimpuls könnte auf den Festkörper übertragen werden (à la Mößbauer Effekt), die Rückstoßenergie wäre aber

$$R = \frac{(2m_e c^2)^2}{2Mc^2} = \frac{m_e}{M} 2m_e c^2 \approx 1 \text{ keV}$$

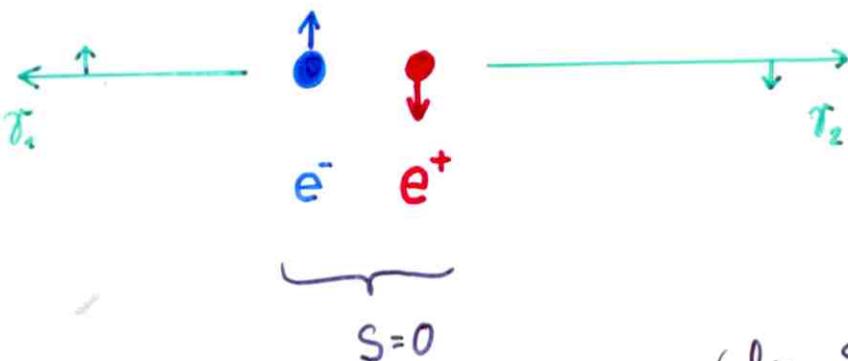
so daß die Wahrscheinlichkeit eines solchen Prozesses

$$f \approx e^{-\frac{R}{\Theta_0}} \approx e^{-10^6}$$

verschwindend klein ist.

2 γ -Annihilation:

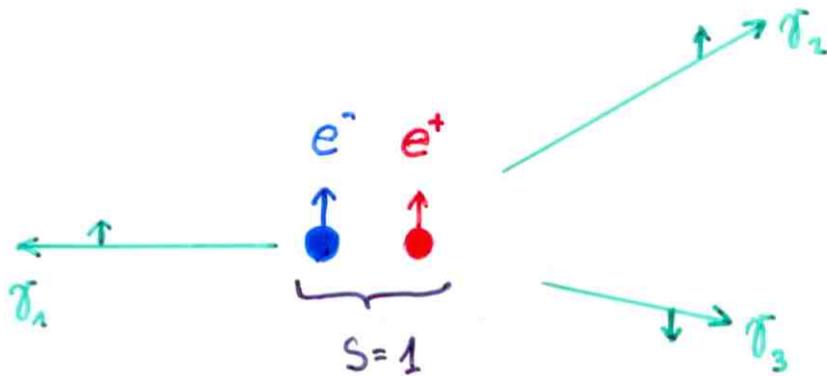
Häufigster Prozess. Voraussetzung:



(für $S=1$ unmöglich)

3 γ - Annihilation:

Um Faktor 372 seltener Zerfall, als die 2 γ -Annihilation. Voraussetzung:



(für $S=0$ unmöglich)

Positronium

Vor dem Zerfall kann ein wasserstoffähnliches gebundenes System gebildet werden: e^-e^+ .

Statistisches Gewicht

Singlett-Zustand (Para-Positronium): 1^1S_0 1

Triplet-Zustand (Ortho-Positronium): 1^3S_1 3

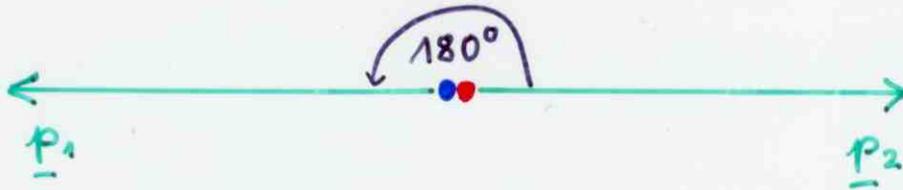
Zerfall:

	2 γ	3 γ
Para-Positronium	125 ps	unmöglich
Ortho-Positronium	< 142 ns (nur im Medium)	142 ns

In Metallen wird kein Positronium gebildet (Abschirmung durch die Leitungselektronen).

Annihilationswinkelkorrelation beim 2γ -Zerfall

2γ -Annihilation im Schwerpunktsystem:



Energie: $2m_e c^2 = p_1 c + p_2 c$

Impuls: $\underline{0} = \underline{p}_1 + \underline{p}_2$



$$\underline{p}_2 = -\underline{p}_1$$

$$p_1 c = p_2 c = m_e c^2 = 511 \text{ keV}$$

Energie der Positronen (thermisch) $\approx 10 \text{ meV}$ *vernachlässigbar*

Energie der Elektronen ($\lesssim E_F$) $\lesssim 10 \text{ eV}$ *signifikant, aber nicht relativistisch*

Impuls des e^+e^- -Paares im Laborsystem: \underline{p}

Geschwindigkeit des Schwerpunktsystems im Laborsystem:

$$\underline{v} = \frac{\underline{p}}{2m_e}$$

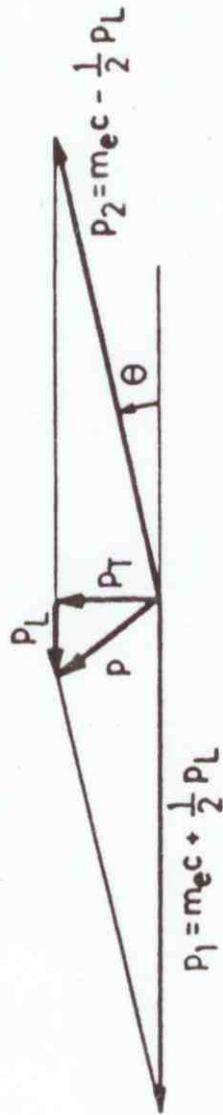


Abb. 9.1: Impulserhaltung bei der 2γ -Vernichtung des Positrons. \vec{p} ist der Impuls des e^+e^- -Paares und p_L bzw. p_T die zugehörige longitudinale bzw. transversale Komponente

Energie des ersten δ -Quanten (Doppler Effekt):

$$p_1 c = m_e c^2 \left(1 + \frac{v_L}{c} \right) =$$
$$= m_e c^2 + \frac{m_e c^2 v_L}{2 m_e c} =$$
$$= m_e c^2 + \frac{1}{2} p_L c$$

L: longitudinaler
Komponent



Impuls:

$$p_1 = m_e c + \frac{1}{2} p_L$$

und ähnlich:

$$p_2 = m_e c - \frac{1}{2} p_L$$

Abweichung des Korrelationswinkels von 180° :

$$\theta \approx \frac{p_T}{m_e c} \approx 10 \text{ mrad}$$

T: transversaler
Komponent

Energie der Vernichtungsquanten

$$\Delta E = \pm \frac{v_L}{c} m_e c^2 = \pm \frac{c p_L}{2} \approx 1 \text{ keV}$$

Die Verbreiterung kann mit Halbleiterdetektoren nachgewiesen werden. Information ist ähnlich wie bei Winkelkorrelationsmessungen, Auflösung jedoch deutlich schlechter.

Lebensdauer des Positrons

Nichtrelativistisch:

Zerfallsrate \sim Elektronendichte am Positronenort

Das Positron ist eine empfindliche Probe der Elektronendichte in Festkörpern (Leerstellen!).

Positronenquellen und Meßanordnungen

Quellen: ^{22}Na , ^{55}Co , ^{57}Ni , ^{58}Co , ^{64}Cu , ^{68}Ge , ^{90}Nb

- hohe Ausbeute an e^+ -Strahlung
- hinreichend große Energie der Positronen

Meßanordnungen:

- Winkelkorrelationsapparatur
- Doppler-Spektrometer
- Lebensdauer-Spektrometer

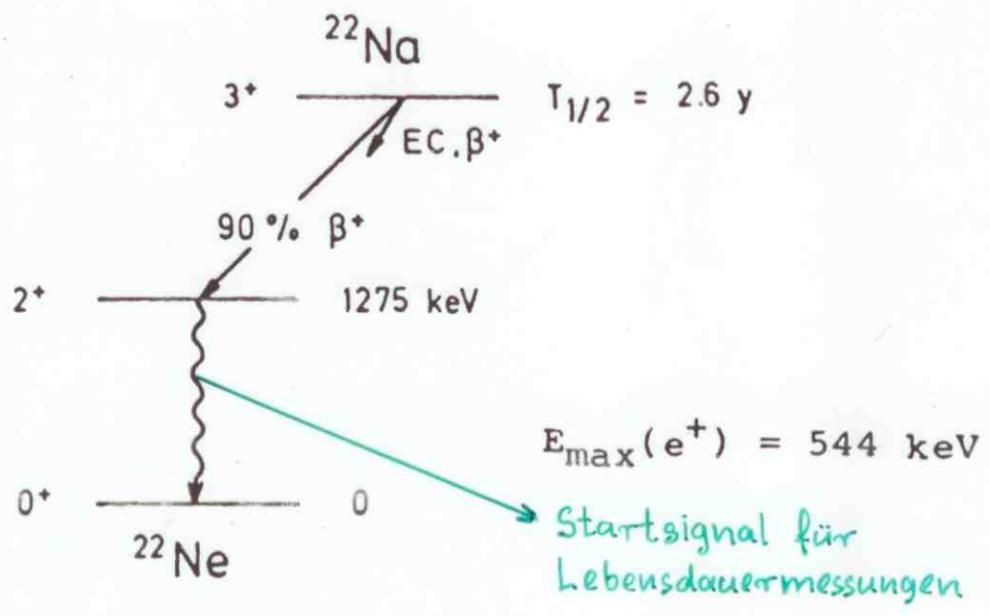


Abb. 9.2: Zerfallsschema von ^{22}Na (LED 78)

Herstellung: $^{24}\text{Mg} (d, \alpha) ^{22}\text{Na}$

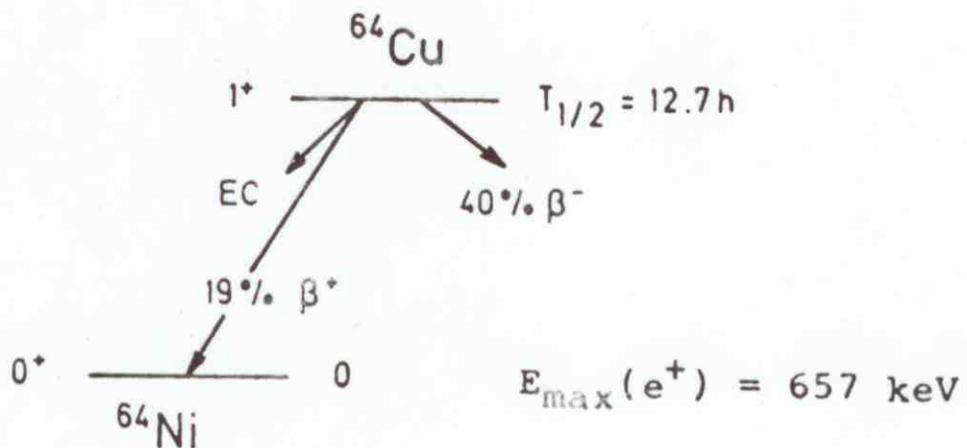
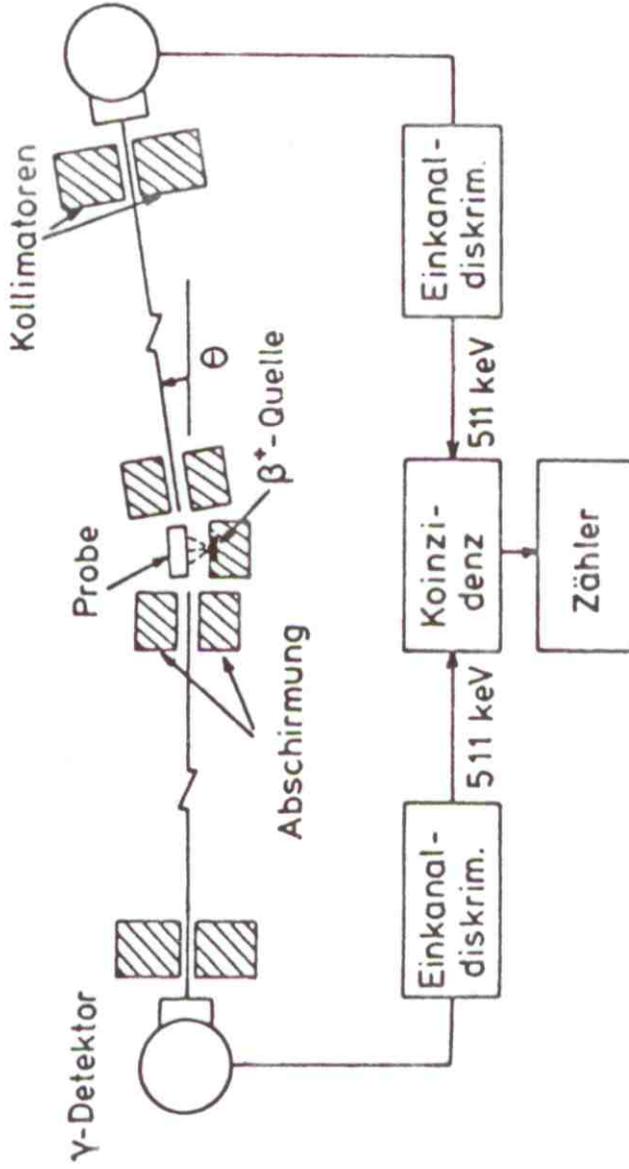


Abb. 9.3: Zerfallsschema von ^{64}Cu (LED 78)

Herstellung: $^{63}\text{Cu} (n, \gamma) ^{64}\text{Cu}$

Winkelkorrelationsapparatur ("long slit" - Geometrie)



A. 9.4: Schematischer Aufbau einer Winkelkorrelationsapparatur für 2γ -Positronenvernichtung

Die Ausbeute kann durch

"fokussierenden" Magneten auf

die mehrfache erhöht werden.

Auflösung ≈ 1 mrad

Doppler-Spektrometer

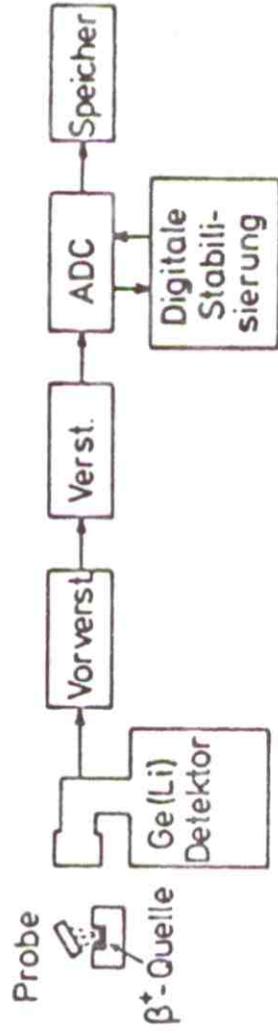


Abb. 9.5: Schematischer Aufbau der Apparatur zur Messung der Doppler-Verschiebung in der Energie der Vernichtungsquanten. Wegen der geringen Energieverschiebungen ist es notwendig den Analog-Digital-Konverter (ADC) zu stabilisieren

Annihilationswinkelkorrelation und Fermi-Impuls von Leitungselektronen in Metallen

Ansatz: freies Elektronengas bei $T=0$.

Alle Zustände bis zum Fermi-Impuls $\hbar k_F$ sind besetzt.

Abweichung Θ der Winkelkorrelation von 180° :

$$\Theta \sim \frac{p_T}{m_e c}$$

Koinzidenzzählrate der Annihilationsphotonen, die von Elektronen mit transversalem Impuls zwischen p_T und $p_T + dp_T$ stammen:

$$dN = W(\Theta) d\Theta \sim (\hbar^2 k_F^2 - p_T^2)$$



$$W(\Theta) = \text{const} (\hbar^2 k_F^2 - p_T^2)$$

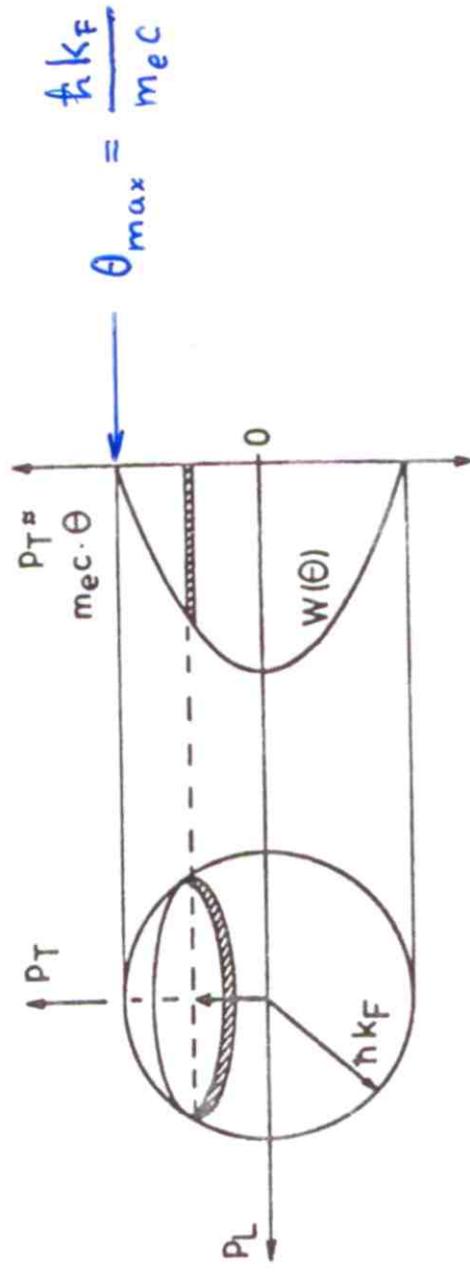


Abb. 9.7: Winkelkorrelation der Vernichtungsquanten im Modell des freien Elektronengases

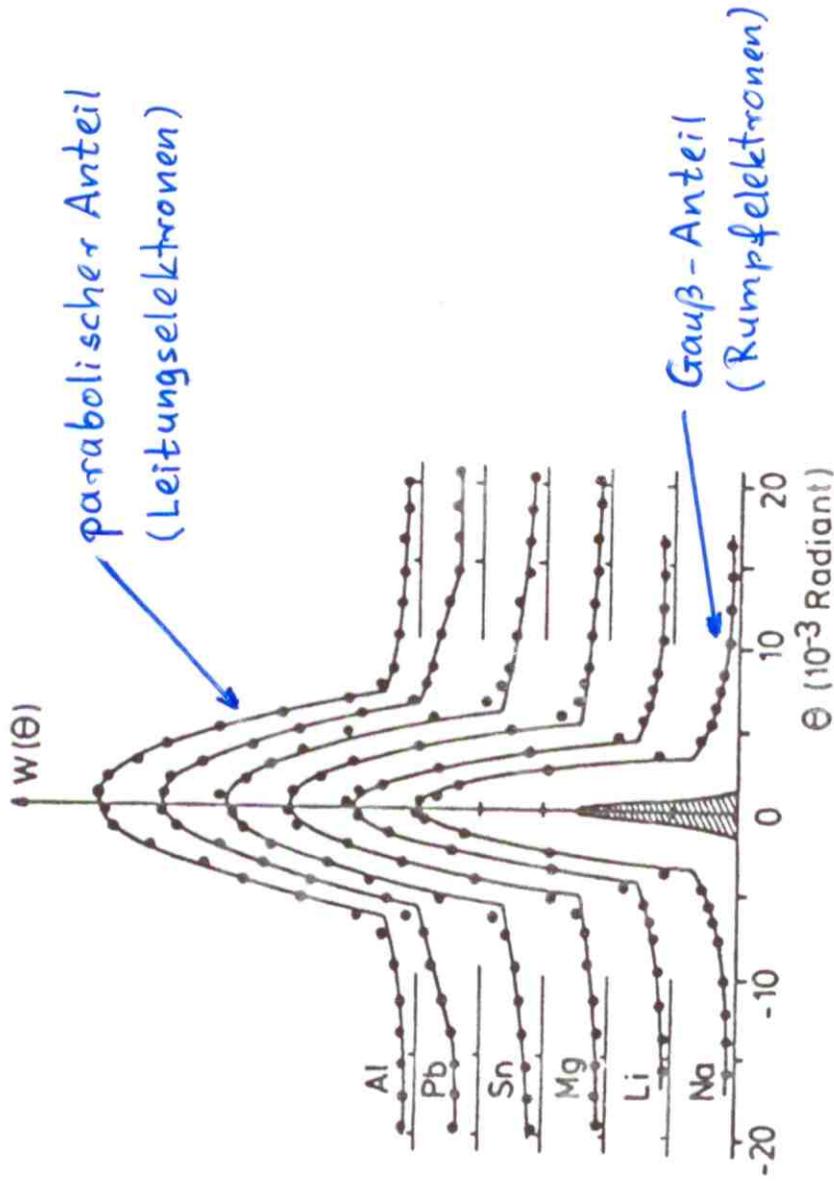


Abb. 9.8: Experimentelle Winkelverteilungen der 2γ -Vernichtungsstrahlung von Positronen in einigen Metallen. Die schattierte Fläche repräsentiert die apparative Winkelauflösung (LAN 55)