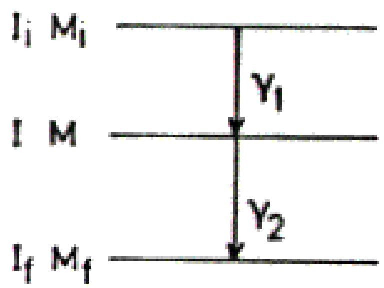


Amplituden:

$$< I\ M\ \vec{k}_1 \sigma_1\ | H_1 |\ I_i M_i >$$

$$< I_f M_f\ \vec{k}_2 \sigma_2\ | H_2 |\ I\ M >$$

Abb. 5.6: Schematische Darstellung einer γ-γ-Kaskade mit Übergangsamplituden. $\vec{k}_i$ und σ_i bezeichnen Emissionsrichtung und Polarisation des γ-Quants i (i = 1,2)

Általános elmélet: koherens összeg:

$$W(M_i \rightarrow M_f) \sim \left| \sum_M \underbrace{\langle I_f M_f \underline{k}_2 \sigma_2 | \hat{\mathcal{H}}_2 | I M \rangle}_{\langle M_f | \hat{\mathcal{H}}_2 | M \rangle} \underbrace{\langle I M \underline{k}_1 \sigma_1 | \hat{\mathcal{H}}_1 | I_i M_i \rangle}_{\langle M | \hat{\mathcal{H}}_1 | M_i \rangle} \right|^2$$

polarizáció

Ha a külső perturbációk energiája sokkal kisebb, mint a hőmérséklet (általában teljesül), akkor az M_i alnivók egyenletesen vannak betöltve. Ilyenkor:

$$W(\underline{k}_1, \underline{k}_2) \sim \sum_{\substack{M_i M_f \\ \sigma_1 \sigma_2}} \left| \sum_M \langle M_f | \hat{\mathcal{H}}_2 | M \rangle \langle M | \hat{\mathcal{H}}_1 | M_i \rangle \right|^2$$

$$\boxed{W(\underline{k}_1, \underline{k}_2) = W(\theta) = \sum_{k=0,2,4,\ldots}^{k_{max}} A_k(1)\, A_k(2)\, P_k(\cos\theta)}$$

Csak az 1. 2. átmenettől függ

$$k_{max} = \min(2I,\ \ell_1 + \ell_1',\ \ell_2 + \ell_2')$$

az 1. és a 2. átmenet multipolaritásai (kevert!)

Legáltalánosabb eset: $|I M\rangle$ orientációja nem feltétlenül a megelőző átmenet megfigyeléséből származik (pl. magorientáció, magreakció, Coulomb-gerjesztés):

$$\boxed{W(\theta) = \sum_{k=0,2,\ldots}^{k_{max}} \rho_k(I)\, A_k(2)\, P_k(\cos\theta)}$$

A perturbált γ-γ szögkorreláció elmélete

Az $|I\,M\rangle$ közbenső állapot élettartama: τ_N

A hiperfinom kölcsönhatás következményei:

- $|I\,M'\rangle$ és $|I\,M''\rangle$ egymással keverednek
- $|I\,M\rangle$ fázisa eltolódik.

A közbenső állapot időbeli változása:

$$|I\,M_a\rangle\big|_t = \underbrace{\hat{\Lambda}(t)}_{= e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{\mathcal{H}}_{hf}\,t}}\,|I\,M_a\rangle\big|_0$$

időfejlesztő operátor

$$W(\underline{k}_1,\underline{k}_2,t) = \sum_{\substack{M_i M_f \\ \sigma_1 \sigma_2}} \Big| \sum_{M_a} \langle M_f|\hat{\mathcal{H}}_2\,\hat{\Lambda}(t)|M_a\rangle\langle M_a|\hat{\mathcal{H}}_1|M_i\rangle \Big|^2 =$$

$$\sum_{M_b} |M_b\rangle\langle M_b|$$

$$= \sum_{\substack{M_i M_f \\ \sigma_1 \sigma_2}} \; \sum_{\substack{M_a M_a' \\ M_b M_b'}} \langle M_f|\hat{\mathcal{H}}_2|M_b\rangle\langle M_b|\hat{\Lambda}(t)|M_a\rangle\langle M_a|\hat{\mathcal{H}}_1|M_i\rangle \,\cdot$$

$$\cdot\, \langle M_f|\hat{\mathcal{H}}_2|M_b'\rangle^* \langle M_b'|\hat{\Lambda}(t)|M_a'\rangle^* \langle M_a'|\hat{\mathcal{H}}_1|M_i\rangle^*$$

$$W(\underline{k_1},\underline{k_2},t)=\sum_{\substack{k_1k_2\\N_1N_2}}\frac{1}{\sqrt{(2k_1+1)(2k_2+1)}}\;G_{k_1k_2}^{N_1N_2}(t)\,\cdot$$

perturbációs tényező

$$\cdot\,A_{k_1}(1)\,A_{k_2}(2)\;Y_{k_1}^{N_1^*}(\theta_1,\phi_1)\;Y_{k_2}^{N_2}(\theta_2,\phi_2)$$

A hiperfinom kölcsönhatást a perturbációs tényező tartalmazza:

$$G_{k_1k_2}^{N_1N_2}(t)=\sum_{M_a,M_b}(-1)^{2I+M_a+M_b}\sqrt{(2k_1+1)(2k_2+1)}\;\cdot$$

$$\cdot\begin{pmatrix} I & I & k_1\\ M_a' & -M_a & N_1\end{pmatrix}\begin{pmatrix} I & I & k_2\\ M_b' & -M_b & N_2\end{pmatrix}\langle M_b|\hat{\Lambda}(t)|M_a\rangle\langle M_b'|\hat{\Lambda}(t)|M_a'\rangle^*$$

hiperfinom kölcsönhatás

$k_i=0,2,4,\dots,\min(2I,\ell_i+\ell_i')\qquad (i=1,2)$

$|N_i|\leq k_i$

A perturbációs tényező kiszámítása speciális esetekre

Feltevés: a kölcsönhatás
- statikus
  - $\tau_r \gg \dfrac{\hbar}{\Delta E_{hf}}$
  - $\tau_r \ll \dfrac{\hbar}{\Delta E_{hf}}$
- axiálszimmetrikus, $\parallel z$

$\hat{\mathcal{H}}_{hf}|M_a\rangle=E(M_a)\,|M_a\rangle$

$$\langle M_b|\hat{\Lambda}(t)|M_a\rangle=\langle M_b|e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{\mathcal{H}}_{hf}t}|M_a\rangle=$$

$$=e^{-\frac{i}{\hbar}E(M_a)t}\;\delta_{M_aM_b}$$

$$\boxed{\begin{array}{c}M_a=M_b\\ M_a'=M_b'\\ \Downarrow\\ N_1=N_2\end{array}}$$

$$\boxed{G_{k_1k_2}^{NN}(t) = \sum_M \sqrt{(2k_1+1)(2k_2+1)} \begin{pmatrix} I & I & k_1 \\ M' & -M & N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & I & k_2 \\ M' & -M & N \end{pmatrix} \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}[E(M)-E(M')]t}}$$

Mágneses dipólus-kölcsönhatás külső térben

$$E(M)-E(M') = -\underbrace{(M-M')}_{=N\text{, különben } \begin{pmatrix} I & I & k_i \\ M' & -M & N \end{pmatrix}=0} g\mu_N B_z$$

$$G_{k_1k_2}^{NN}(t) = \sqrt{(2k_1+1)(2k_2+1)}\, e^{-iN\omega_L t} \cdot$$

$$\boxed{\omega_L = \frac{g\mu_N B_z}{\hbar}}$$

$$\cdot \underbrace{\sum_N \begin{pmatrix} I & I & k_1 \\ M' & -M & N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & I & k_2 \\ M' & -M & N \end{pmatrix}}_{\frac{1}{\sqrt{(2k_1+1)(2k_2+1)}}\delta_{k_1k_2}} = e^{-iN\omega_L t}\, \delta_{k_1k_2}$$

$$W(\underline{k}_1, \underline{k}_2, t) = \sum_{\substack{k_1k_2 \\ N_1N_2}} A_{k_1}(1) A_{k_2}(2)\, e^{-iN_1\omega_L t}\, \delta_{N_1N_2}\, \delta_{k_1k_2} \cdot$$

$|N| \leq k$

$k \leq 2I$

$k \leq l_1 + l_1'$

$k \leq l_2 + l_2'$

$$\cdot \frac{1}{\sqrt{(2k_1+1)(2k_2+1)}} Y_{k_1}^{N_1 *}(\theta_1,\phi_1) Y_{k_2}^{N_2}(\theta_2,\phi_2) =$$

$$= \sum_{k,N} \frac{1}{2k+1} A_k(1) A_k(2)\, Y_k^{N*}(\theta_1,\phi_1) Y_k^N(\theta_2,\phi_2)\, e^{-iN\omega_L t}$$

Speciális eset: $\underline{B} \perp$ a detektor-síkra ($\theta_1 = \theta_2 = 90°$; $\theta = \phi_1 - \phi_2$)

Az időfüggő szögkorreláció:

$$\boxed{W_\perp(\theta, t, B_z) = \sum_{k=0,2,\ldots}^{k_{max}} A_k(1)\, A_k(2)\, P_k\left[\cos(\theta - \omega_L t)\right]}$$

A szögkorrelációs kép ω_L szögsebességgel forog.

Ekvivalens kifejezés:

$$\boxed{W_\perp(\theta, t, B_z) = \sum_{k=0,2,\ldots}^{k_{max}} b_k \cos k(\theta - \omega_L t)}$$

$k_{max} = 4$ esetén:

$$b_0 = \frac{1}{4} A_{22} + \frac{9}{64} A_{44} \qquad A_{kk} := A_k(1)\, A_k(2)$$

$$b_2 = \frac{3}{4} A_{22} + \frac{5}{16} A_{44}$$

$$b_4 = \frac{35}{64} A_{44}$$

$k_{max} = 2$ (pl. csak dipólus-átmenetek) és $\theta = 180°$ esetén:

$$\boxed{W_\perp(180°, t, B_z) = b_0 + b_2 \cos 2\omega_L t}$$

$$\Uparrow$$

A koincidenciák számának időbeli modulációja a kétszeres Larmor-frekvencia.

Elektromos kvadrupólus-kölcsönhatás ($\eta = 0$)

$$E_Q(M) - E_Q(M') = 3\hbar\omega_Q \, |\underbrace{M^2 - M'^2}_{=(M+M')(M-M')}|$$

$\Downarrow$

mindig egész

(feles M, M'-re: páros)

$$\omega_Q = \frac{eQV_{zz}}{4I(2I-1)\hbar}$$

$$\boxed{G_{k_1k_2}^{NN}(t) = \sqrt{(2k_1+1)(2k_2+1)} \cdot \sum_M \begin{pmatrix} I & I & k_1 \\ M' & -M & N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & I & k_2 \\ M' & -M & N \end{pmatrix} e^{-3i|M^2-M'^2|\omega_Q t} = \ldots}$$

$$\boxed{\ldots = \sum_{n=1}^{n_{max}} s_{nN}^{k_1k_2} \cos n\omega_0 t}$$

ahol

$\omega_0 = 3\omega_Q$ és $n = |M^2 - M'^2|$, ha I egész

$\omega_0 = 6\omega_Q$ és $n = \frac{1}{2}|M^2 - M'^2|$, ha I feles

$$s_{nN}^{k_1k_2} = \sum_{M,M'} \sqrt{(2k_1+1)(2k_2+1)} \begin{pmatrix} I & I & k_1 \\ M' & -M & N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & I & k_2 \\ M' & -M & N \end{pmatrix}$$

összegzés a fenti mellékfeltételekkel

$W(k_1, k_2, t)$-ben az $\omega_0, 2\omega_0, \ldots n_{max}\omega_0$ frekvenciák lépnek fel.

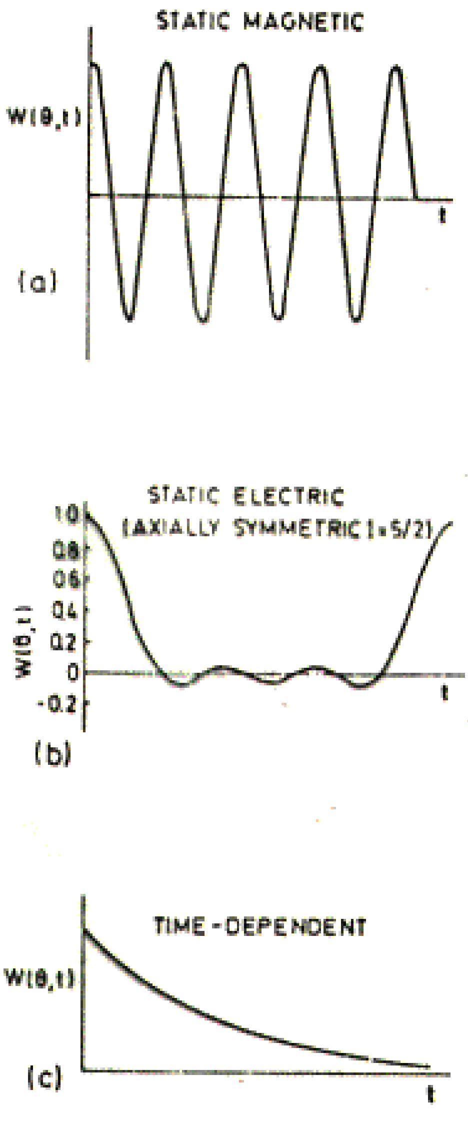


FIG. 3. The time-differential angular correlation $W(\theta, t)$ for various pure interactions (the exponential decay $e^{-t/\tau}$ of the nuclear state has been divided out): (a) static magnetic $P_2(\cos(\theta-\omega_L t))$; (b) static quadrupole for nuclear spin $I = 5/2$. $\Sigma_n s_n \cos n\omega_q t$; (c) time-dependent $e^{-\lambda_k t}$ [25]: $\lambda_k = \frac{1}{3}k(k+1)\,\omega_m^2\tau_c$ for magnetic time dependence; $\lambda_k = \frac{3}{5}k(k+1)[4I(I+1) - k(k+1) - 1]\,\omega_e^2\tau_c$ for electric time dependence, where τ_c is the relaxation time and ω_q is the quadrupole frequency (see relationship between ω_e and ω_q in Eq.(15)).

Polikristályos minta:

Az ETG tengelyeinek irányára átlagolni kell.

W nem függ $\underline{k}_1$ és $\underline{k}_2$ irányától, csak a közrezárt θ szögtől:

$$W(\theta, t) = \sum_{k=\text{páros}}^{k_{max}} A_{kk} \underbrace{G_{kk}(t)} P_k(\cos\theta)$$

$$G_{kk}(t) = \sum_{n=0}^{n_{max}} \underbrace{s_{kn}} \cos n\omega_0 t$$

$$s_{kn} = \sum_{M,M'} \begin{pmatrix} I & I & k \\ M' & -M & M-M' \end{pmatrix}^2$$

$I = 5/2$ esetén:

$s_{20} = 0.2$

$s_{21} = 0.371$

$s_{22} = 0.286$

$s_{23} = 0.143$

„Önmagában" forgó szögkorreláció $\Rightarrow$ „kemény mag"-anizotrópia (időben állandó).

A szögkorrelációs kép szimmetriatengelyére merőleges tengely körül forgó komponens $\Rightarrow$ időfüggés.

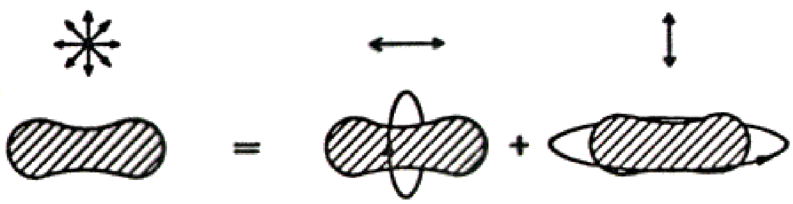


Abb. 5.8: Drehung der Winkelkorrelation um verschiedene Orientierungen des elektrischen Feldgradienten (Pfeile).
Rechts: Zerlegung in einen zeitlich konstanten Anteil (Drehung in sich selbst) und einen zeitlich veränderlichen Anteil (Drehung um eine Achse senkrecht zur Symmetrieachse der Winkelkorrelation)

PAC - források

Előfeltételek: • megfelelő élettartamú izomér állapot

$(\tau_N \sim 10^{-8}\,s \ldots 10^{-5}\,s)$

probléma: időfelbontás — véletlen koincidenciák

• az izomér állapotnak megfelelő magnyomatékokkal kell rendelkeznie ($Q \gtrsim 0.1$ barn; $\mu \gtrsim 1 \mu_N$)

• az izomér állapoton keresztül vezető γ-γ -kaszkád létezése

• megfelelő anyaizotóp létezése
  - előállítási lehetőségek (reaktor, ciklotron, stb.)
  - élettartam
  - radiokémiai tulajdonságok

A legfontosabb PAC- források

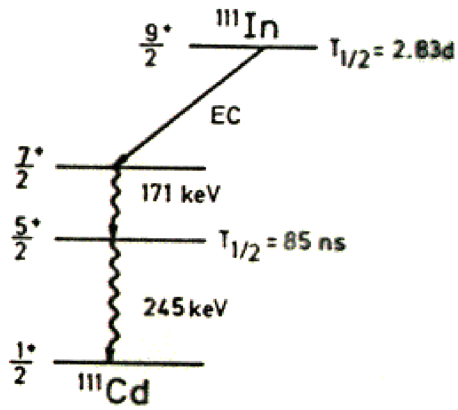
• $^{111}In \rightarrow {}^{111}Cd$

Előállítás: $^{110}Cd(d,n)^{111}In$ vagy

$^{109}Ag(\alpha,2n)^{111}In$

Az ^{111}In kémiai úton leválasztható; hordozómentes $^{111}InCl_3$-oldat formájában kapható.

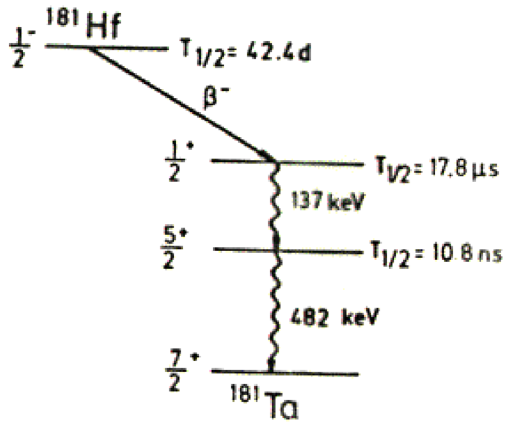
Mintakészítés: diffúzióval vagy implantációval



$$\mu(5/2^+) = -\ 0{,}7656(25)\ \mu_N$$
$$Q(5/2^+) = +\ 0{,}83(13)\ b$$
$$A_{22} = -\ 0{,}18$$
$$A_{44} = 0{,}002$$
$$A_{24} = -\ 0{,}204$$
$$A_{42} = -\ 0{,}001$$

<u>Abb. 5.9:</u> Zerfallsschema von ^{111}In. Auf der rechten Seite sind die Kernmomente des Zwischenniveaus (LED 78, VIA 83) und die Anisotropiekoeffizienten der γ-γ-Kaskade (RAM 71, STE 56) angegeben

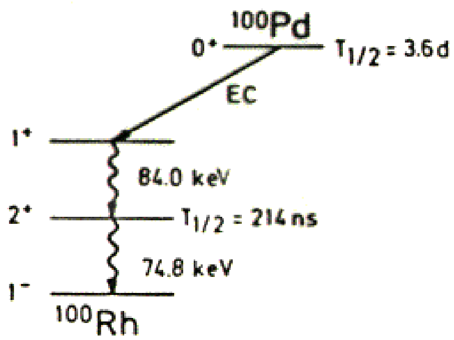
^{181}Hf - ^{181}Ta



$\mu(5/2^+) = + 3,24(5)\ \mu_N$
$Q(5/2^+) = + 2,36(5)\ b$
$A_{22} = - 0,288$
$A_{44} = - 0,076$
$A_{24} = - 0,062$
$A_{42} = - 0,318$

Abb. 5.10: Zerfallsschema von ^{181}Hf. Auf der rechten Seite sind die Kernmomente des Zwischenniveaus (LED 78, BUT 83) und die Anisotropiekoeffizienten der γ-γ-Kaskade (ELL 73) angegeben

^{100}Pd - ^{100}Rh



$\mu(2^+) = + 4{,}324(8)\ \mu_N$
$Q(2^+) = 0{,}076(20)$ b
$A_{22} = 0{,}175$

Abb. 5.11: Zerfallsschema von ^{100}Pd. Auf der rechten Seite sind die Kernmomente des Zwischenniveaus (LED 78, VIA 83) und die Anisotropiekoeffizienten der γ-γ-Kaskade (KOC 74) angegeben

- $^{181}Hf \rightarrow {}^{181}Ta$

  Előállítás: $^{180}Hf(n,\gamma)^{181}Hf$ ($\sigma = 14$ barn)

  A leválasztás csak izotópszeparációval lehetséges. Megoldás: hosszú (~1 hónapos) besugárzás nagy neutron-fluxusban. Mintaelőállítás: olvasztás ultra-nagyvákuumban ($p \lesssim 10^{-7}$ Pa) a Hf nagy O_2-affinitása miatt.

- $^{100}Pd \rightarrow {}^{100}Rh$

  Előállítás: pl.: $^{103}Rh(d,5n)^{100}Pd$ ($E_d \gtrsim 50$ MeV)

  A kémiai leválasztás nehézkes. Ezért a mintákat gyakran ion-implantációval állítják elő.

  Hátrányok:
  - γ_1 és γ_2 NaI-szcintillátorral nem választhatók szét egymástól (az időspektrum $t=0$-ra szimmetrikus).
  - $I=2$ (egész). Ezért a spektrum $\eta \neq 0$ esetén bonyolult.

Mérőberendezés

Cél: a $G(t)$ perturbációs tényező meghatározása

TDPAC: time differential perturbed angular correlation — idő-differenciális perturbált γ-γ szögkorreláció.

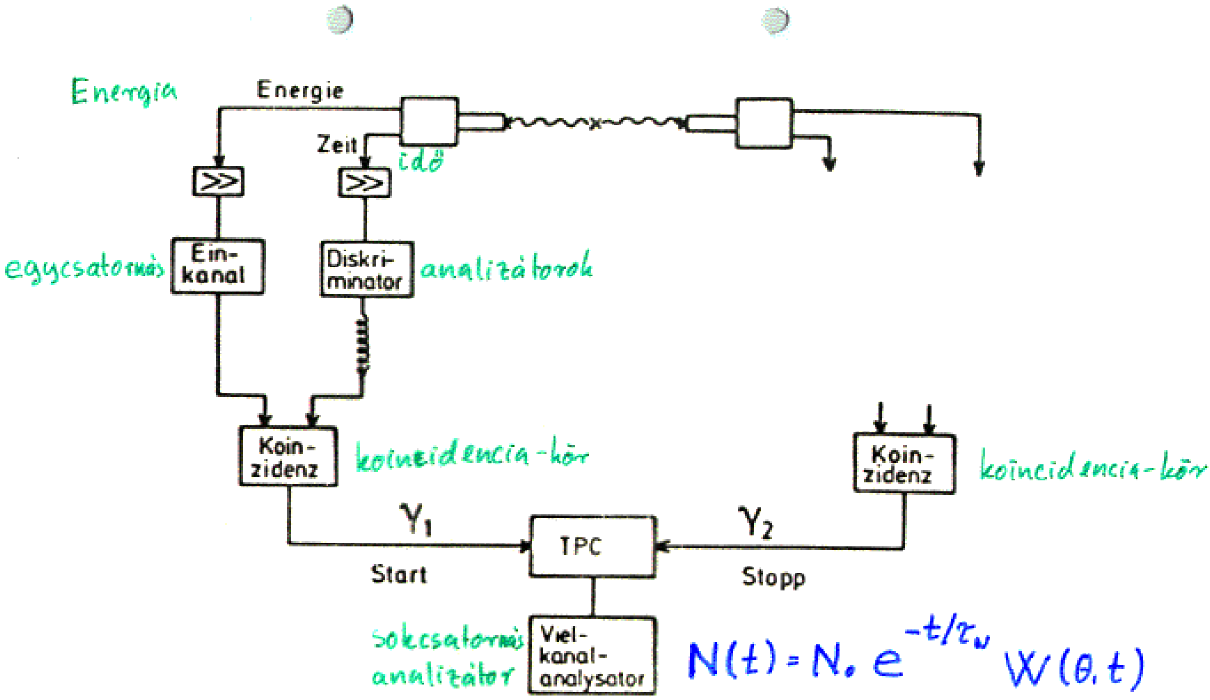


Abb. 5.12: Experimentelle Anordnung für eine zeitlich differentielle Winkelkorrelationsmessung. Im Vielkanalanalysator erhält man ein Zählratenspektrum der Form $N(t) = N_0 \exp(-t/\tau_N)\ W(\Theta,t)$, wobei τ_N die Lebensdauer des Zwischenniveaus und $W(\Theta,t)$ die zeitabhängige Winkelkorrelation beschreibt

Mért mennyiség: a koincidenciák száma, mint a γ_1 és γ_2 között eltelt idő függvénye. Ezért pontos időmérésre van szükség.

A γ-kvantum idejét és energiáját ugyanazzal az egycsatornás diszkriminátorral nem lehet elegendő pontossággal mérni. Megoldás: gyors-lassú koincidenciakör.

A forrás-aktivitás korlátja

Az időegység alatt regisztrált beütésszám (i-ik detektor):

$$N_i = \frac{1}{4\pi}\,\underbrace{\varepsilon_i}_{\text{megszólalási valószínűség}}\,\underbrace{\Omega_i}_{\text{térszög}}\,\underbrace{N}_{\text{aktivitás}}$$

Az i-ik és a j-ik detektorok között időegység alatt mért koincidenciák száma:

$$N_{ij} = \frac{1}{4\pi} N_i \varepsilon_j \Omega_j = \frac{1}{(4\pi)^2} \varepsilon_i \varepsilon_j \Omega_i \Omega_j N$$

arányos N-nel

Az időegység alatt regisztrált véletlen koincidenciák száma:

$$N_{ij}(\text{véletlen}) = N_i N_j \tau = \frac{1}{(4\pi)^2} \varepsilon_i \varepsilon_j \Omega_i \Omega_j N^2 \tau$$

τ: az idő-amplitudó-konverter (TPC) idő-tartománya ($\approx \tau_N$)

arányos N^2-tel

$$\boxed{\frac{N_{ij}}{N_{ij}(\text{véletlen})} = \frac{1}{N\,\tau_N}}$$

A valódi és a véletlen koincidenciák aránya nem függ sem a detektorok térszögétől, sem megszólalási valószínűségeiktől.

Ha legalább annyi valódi, mint véletlen koincidenciát akarunk mérni, akkor a forrás aktivitása legfeljebb

$$\boxed{N_{max} = \frac{1}{\tau_N}}$$

lehet.

Pl. $\tau_N = 1\,\mu s$ esetén $N_{max} = 1\,MBq$ ($\approx 27\,\mu Ci$).

$$N_{ij}(\theta, t) = N_0\, e^{-t/\tau_N}\, W(\theta, t) + B$$

$\uparrow$
háttér
(véletlen koincidenciák)

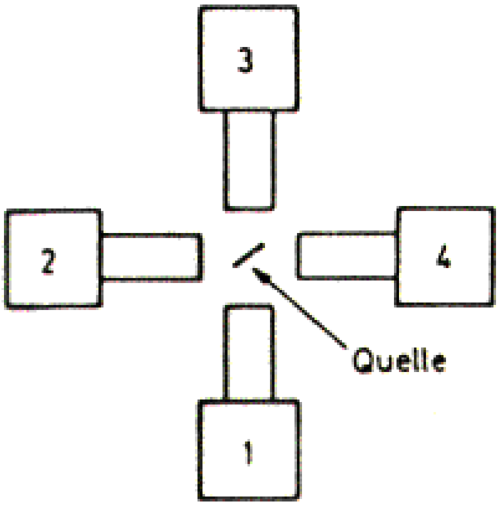


Abb. 5.13:
Geometrische Anordnung der Detektoren für die Vier-Detektor-Apparatur bei der PAC-Methode

Axiálszimmetrikus, véletlenszerűen orientált ETG:

$$W(\theta,t) = 1 + A_{22}\,G_{22}(t)\,P_2(\cos\theta) + \underbrace{\ldots}_{\text{általában elhanyagolható}}$$

$$W(90°,t) = 1 - \tfrac{1}{2}A_{22}\,G_{22}(t)$$

$$W(180°,t) = 1 + A_{22}\,G_{22}(t) \Rightarrow A_{22}G_{22}(t) = \underbrace{W(180°,t)}_{\varepsilon_i \Omega_i\text{-től függ!}} - 1$$

$$R(t) := 2\,\frac{W(180°,t) - W(90°,t)}{W(180°,t) + 2W(90°,t)} =$$

$$= 2\,\frac{1 + A_{22}G_{22}(t) - 1 + \frac{1}{2}A_{22}G_{22}(t)}{1 + A_{22}G_{22}(t) + 2 - A_{22}G_{22}(t)} = A_{22}\,G_{22}(t)$$

Az összes mért koincidenciából:

$$\boxed{R(t) = A_{22}\,G_{22}(t) = 2\,\frac{\sqrt[4]{N_{13}N_{31}N_{24}N_{42}} - \sqrt[4]{N_{14}N_{41}N_{23}N_{32}}}{\sqrt[4]{N_{13}N_{31}N_{24}N_{42}} + 2\sqrt[4]{N_{14}N_{41}N_{23}N_{32}}}}$$

nem függ sem ε_i-től, sem Ω_i-től

Egyszerűbb közelítő kifejezés:

$$R(t) = \frac{2}{3}\left(\sqrt{\frac{N_{13}\,N_{24}}{N_{14}\,N_{23}}} - 1\right)$$