

20. Vorlesung

18. 7. 1991.

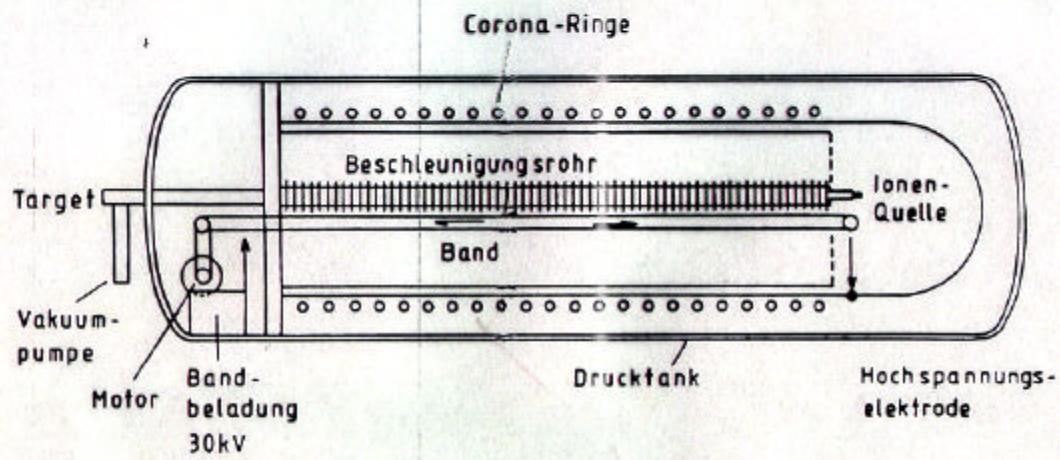


Abb. 11.6 Schematischer Aufbau eines Van-de-Graaff Beschleunigers

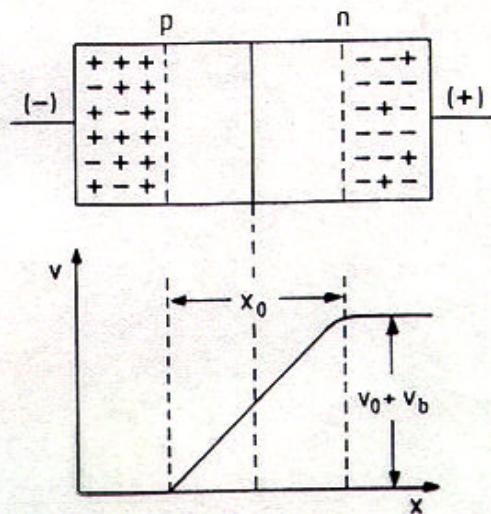


Abb. 11.7 p-n-Übergang im Halbleiter mit angelegter Spannung  $V_b$  in Sperrichtung.  $V_0$  ist die eingebaute Spannung des p-n-Übergangs. Zwischen dem p-leitenden (Überschuß an positiven Löchern) und dem n-leitenden Teil (Überschuß an Elektronen) befindet sich die Verarmungszone mit der Breite  $x_0$ . Im unteren Teil des Bildes ist der Spannungsverlauf als Funktion der Tiefe  $x$  dargestellt.

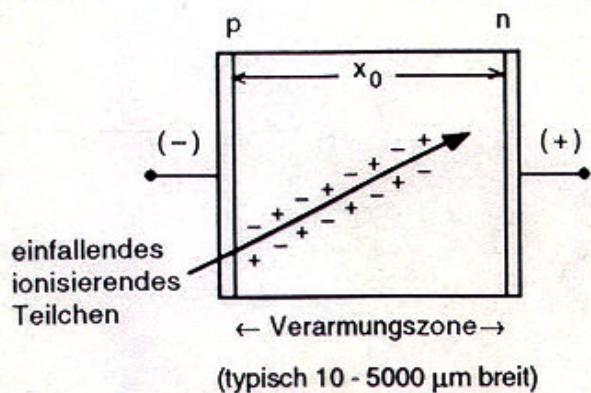


Abb. 11.8  
Das einfallende ionisierende Teilchen erzeugt längs der Spur im Halbleiter Elektron-Loch-Paare; im elektrischen Feld werden die entsprechenden Ladungen zu den Elektroden hin abgezogen und rufen dort einen Stromimpuls hervor

## ERDA: Elastic Recoil Detection Analysis

Kinematikai törnyező:  $\tilde{K} = \frac{E_T}{E_0} = \frac{4M_p/M_T}{[1 + (M_p/M_T)]^2} \cos\phi$

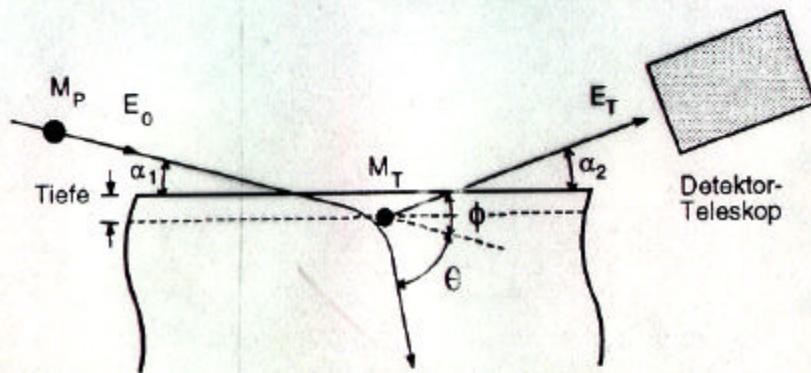
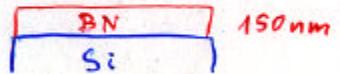
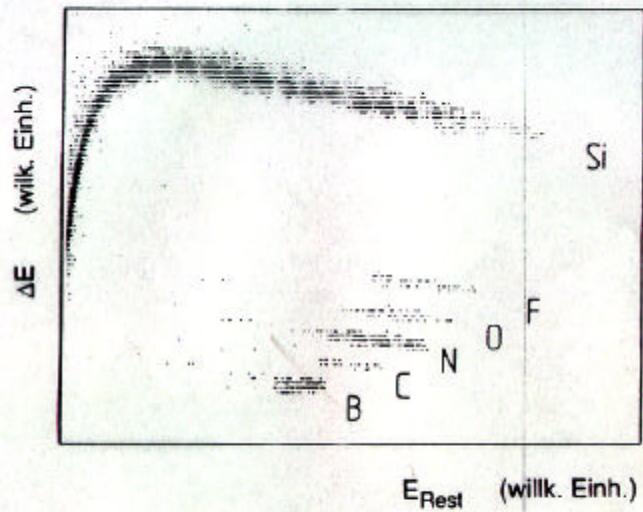


Abb. 11.13 Schematische Darstellung der experimentellen Anordnung bei der ERDA-Methode

Detektor-Teleskop: Vektor + vastag detektor  
 $\downarrow$   
 $\Delta E \approx Z_p^2 \frac{1}{E}$

$$E = \Delta E + E_{\text{Rest}} \Rightarrow \text{Profil-analitis}$$

$\Delta E$   
 $\downarrow$   
 a projektil  
 $Z_p$  szerint  
 szétválogatható



Projektil:

$^{127}\text{I}$ , 130 MeV  
 $\alpha_1 = 15^\circ$   
 $\alpha_2 = 15^\circ$

Abb. 11.14 Zweidimensionale Auftragung der Häufigkeitsverteilung der Rückstoßereignisse nach Jod-Ionenbeschluß von einem BN-Film auf Silizium, aufgenommen mit einem Detektor-Teleskop (GRÖ 92)

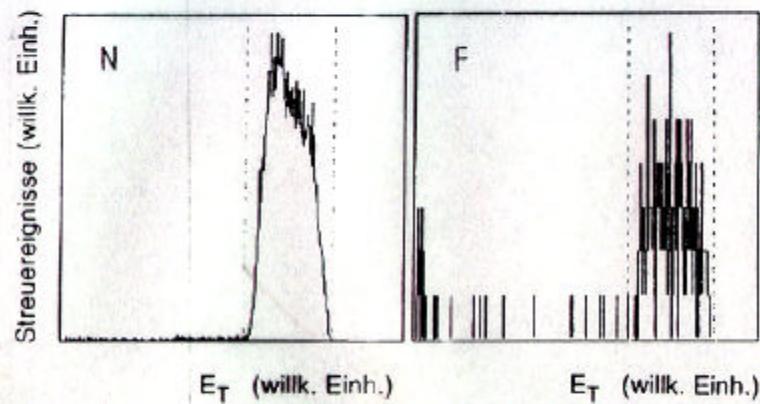


Abb. 11.15 Rückstoßenergieverteilung für Stickstoff (links) und Fluor (rechts) nach Jod-Ionenbeschluß eines BN-Films auf Silizium (GRÖ 92)

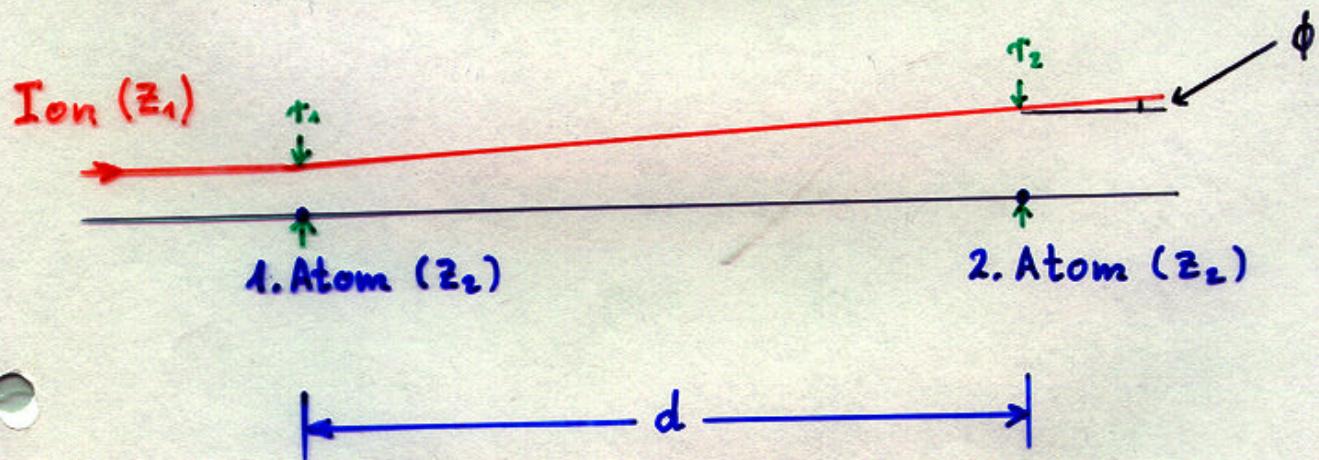
## Gitterführung (Channeling)

Sind hochenergetische ( $\approx 1 \text{ MeV}$ ) Ionen für Strukturbestimmung geeignet?

$\lambda \approx 10^{-12} \text{ cm} \Rightarrow$  keine Beugungserscheinungen.

Die Bahn der Ionen kann geometrisch behandelt werden.

Streuung an einem Atom:



Für Kleinwinkel-Streuung:

$$\tau_2 = \tau_1 + \phi d$$

Für Coulomb-Wechselwirkung:

$$\phi = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{E \tau_1}$$

$$\tau_2 = \tau_1 + \frac{z_1 z_2 e^2 d}{E \tau_1}$$

Minimum von  $\tau_2$ :  $\frac{d\tau_2}{dr_1} = 0$



$$\tau_{2\min} = R_c = 2 \sqrt{\frac{z_1 z_2 e^2 d}{E}}$$

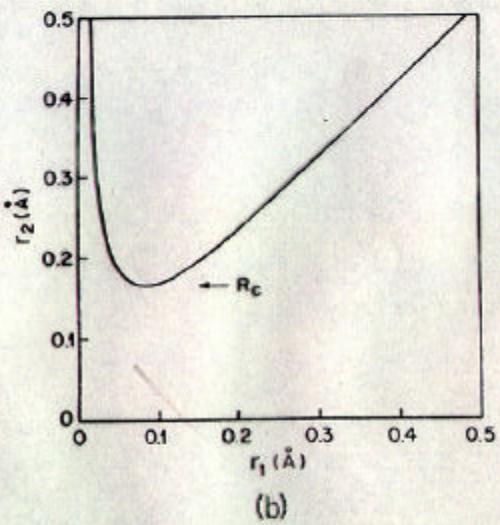
Hinter jedem Oberflächenatom bildet sich ein **Schattenkegel**.

Z.B.: 1 MeV  ${}^4\text{He}^+$  / W:

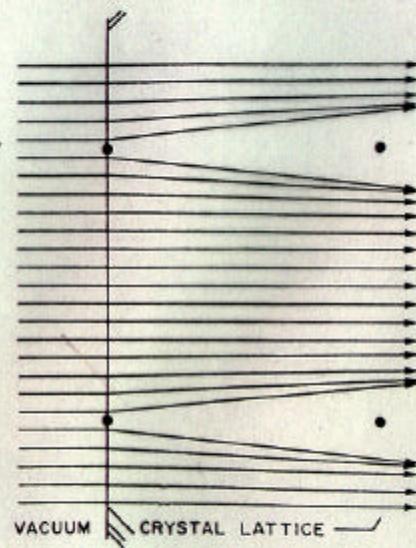
$$d = 3.16 \text{ \AA}$$

$$R_c = 0.16 \text{ \AA}$$

An Hochwinkelstreuung (Kernstreuung) sind nur Ionen mit einem sehr kleinen ( $r_1 \leq 10^{-12} \text{ cm}$ ) Impact-Parameter beteiligt. Die Ionen können im Gitter ungehindert weiter fahren, solange sie an Kernstreuung nicht teilnehmen (abgesehen von der elektronischen Bremsung).



**FIG. 1.1** (a) The small angle scattering of an incident ion, atomic number  $Z_1$ , from a heavy scatter of atomic number  $Z_2$ . The distance from the second atom,  $r_2$ , is given by  $r_2 = r_1 + \Phi d$ , where  $r_1$  is the initial impact parameter,  $\Phi$  the scattering angle, and  $d$  the atomic spacing. (b) The dependence of  $r_2$  on the initial impact parameter  $r_1$  for the case of 1.0-MeV He ions on W(100).  $r_1$  is calculated at  $d = 3.16 \text{ \AA}$  corresponding to the atom spacing in the  $\langle 001 \rangle$  direction. The minimum value of  $r_2$  is the Coulomb shadow cone radius  $R_c$ .



**FIG. 1.2** Schematic of the flux distribution of particles after passing one monolayer of atoms.

Die Ionen werden durch Kleinwinkel-Streuprozesse in **Atom-Kanäle** gelenkt, wenn ihre Geschwindigkeit parallel zu einer Kanal ist. In den Kanälen ist das Bremsvermögen stark reduziert und die Ionen können tief eindringen.

### Energieverlust (Bremsvermögen)

Bethe-Bloch-Formel:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi Z_1^2 e^4}{mv^2} Z_2 N L_e$$

Anzahl der Atome  
pro Volumen

$$L_e \approx \ln \frac{2mv^2}{I}$$

m: Elektronenmasse

v: Ionengeschwindigkeit

mittlere Anregungsenergie  
der Elektronen

$$I \approx 10 Z_2 \text{ (in eV)}$$

Die Bethe-Bloch-Formel beschreibt nur die Stöße mit großem Impact-Parameter richtig.

Bremsvermögen aus Stößen mit kleinen Impact-  
Parameter sind proportional zur Elektronen-  
dichte  $\epsilon(r)$ .

Bethe-Blach-Lindhard-Formel:

$$\left. \frac{dE}{dx} \right|_r = \frac{4\pi Z_1^2 e^4}{mv^2} L_e [(1-\alpha)NZ_2 + \alpha \epsilon(r)]$$

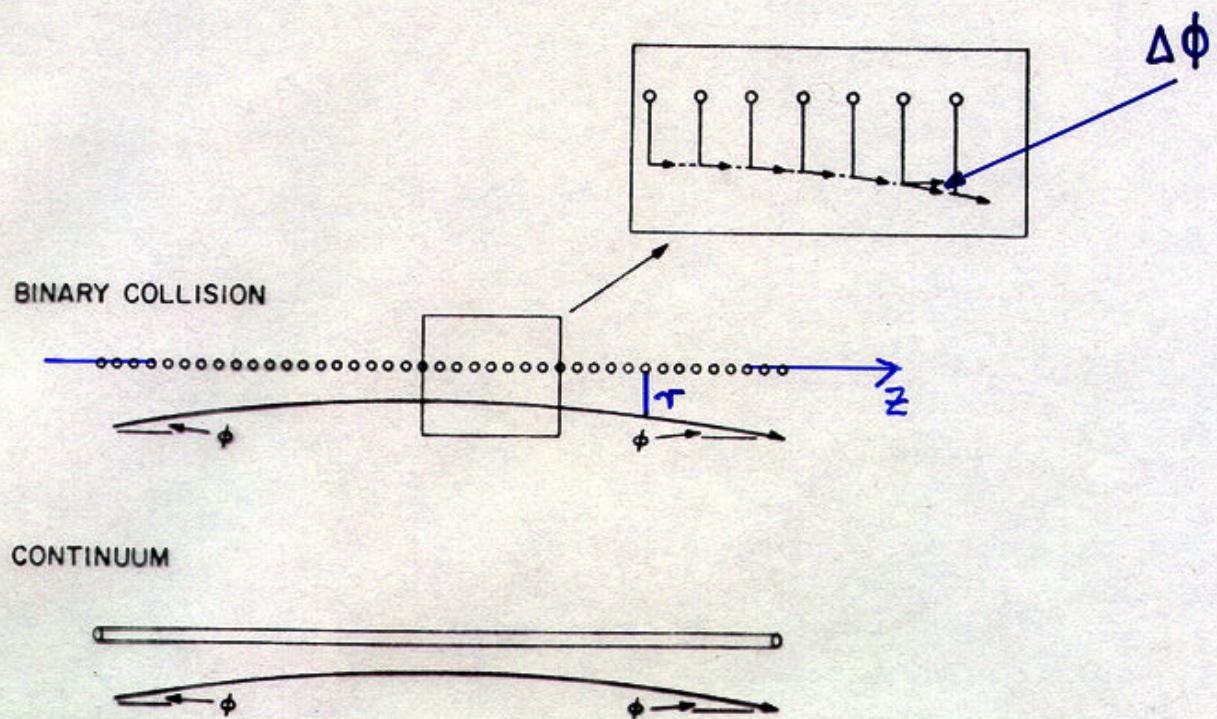
$$\alpha \approx 1/2$$

Das Bremsvermögen für die "best-geführten"  
Ionen ist ca. die Hälfte vom mittleren Brems-  
vermögen.

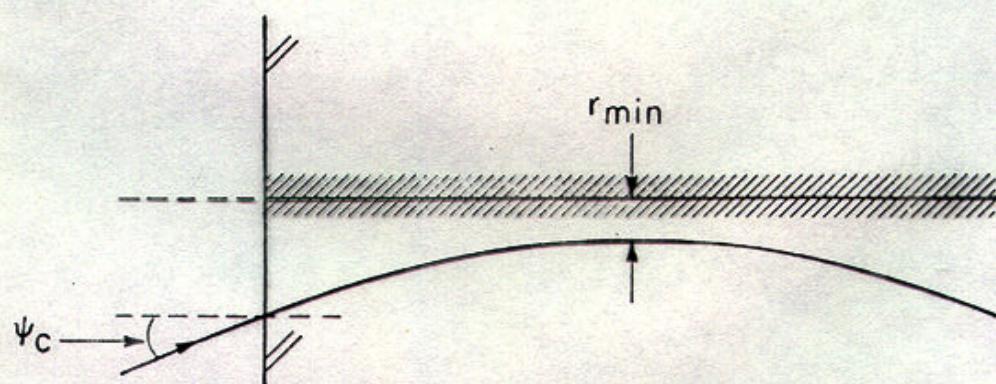
### Kontinuum-Modell

Die große Anzahl der Kleinwinkel-Stöße kann  
auch durch die Bewegung im Kontinuum-  
Potential beschrieben werden.

$$\Delta \phi \ll \phi$$



**FIG. 2.1** Part of the trajectory of a channeled particle showing a correlated sequence of individual collisions resulting in a trajectory that can be described via a continuum model.



**FIG. 2.2** Schematic of a channeled trajectory incident at the critical angle and having a distance of closest approach,  $r_{\min}$ .

Potential der Atomreihe (Axialsymmetrie):

$$U_a(r) = \frac{1}{d} \int_{-\infty}^{+\infty} V(\sqrt{z^2 + r^2}) dz$$

$V(r)$ : abgeschirmtes Coulomb-Potential  
eines Atoms

$$V(r) = Z_1 Z_2 e^2 \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + C^2 a^2}} \right)$$

$C \approx \sqrt{3}$        $a$ : Abschirmungs-  
radius (Thomas-Fermi)

$$U_a(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{d} \ln \left[ \left( \frac{C a}{r} \right)^2 + 1 \right]$$

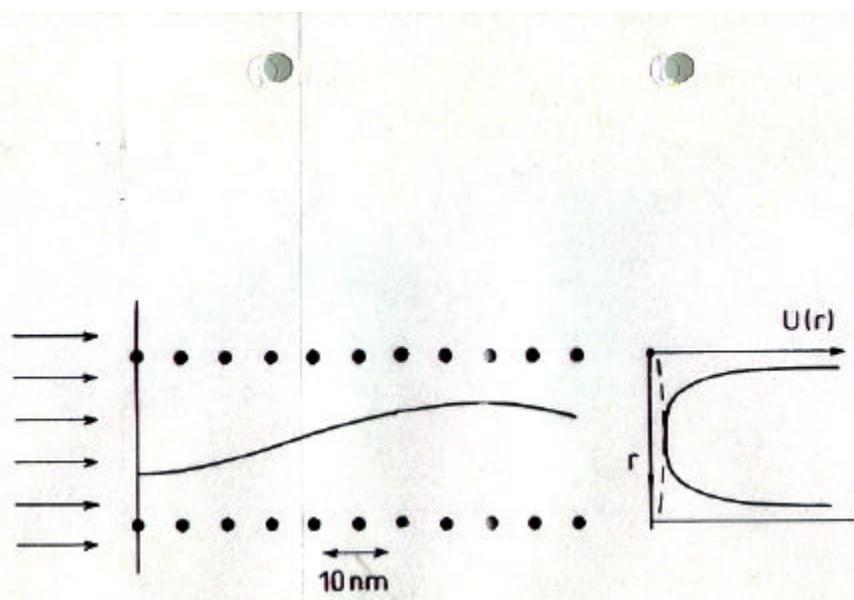
Beispiel:

Si  $\langle 110 \rangle$ -Kanal:

$$r = 0.1 \text{ \AA}$$

$$d = 3.84 \text{ \AA}$$

$$U_a = 244 \text{ eV}$$



**Abb. 11.16** Schematische Darstellung der Bahn eines Ions bei der Gitterführung. Der horizontale Maßstab ist gegenüber dem vertikalen stark verkürzt. Im rechten Teil ist das elektrische Potential zwischen zwei Atomreihen im Kontinuumsmodell gezeigt

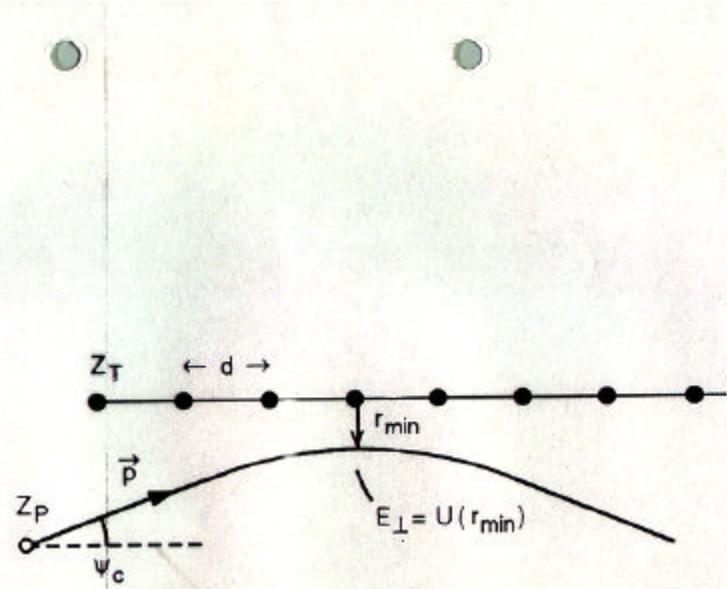


Abb. 11.17 Zur Erklärung des kritischen Winkels bei der Gitterführung

# Die transversale Energie

Gesamtenergie:

$$E = U(r) + \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2M}$$

↑  
Ionenmasse

← Impuls-Komponente

- Kleines Bremsvermögen  $\Rightarrow$ 
  - $E = \text{const}$
  - $p_z = \text{const}$   
(Axiale Gitterführung)
  - $p_x = \text{const}$   
 $p_z = \text{const}$   
(Planare Gitterführung)

Transversale Energie:

$$E_{\perp} = E \phi^2 + U(r) = \text{const}$$

↑  $\sin^2 \phi$

$$E_{\perp} - U(r) = E \phi^2 = \begin{cases} \frac{p_x^2 + p_y^2}{2M} & (\text{Axiale Gitterführung}) \\ \frac{p_y^2}{2M} & (\text{Planare Gitterführung}) \end{cases}$$

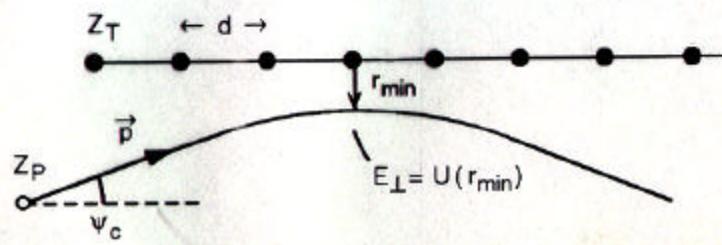


Abb. 11.17 Zur Erklärung des kritischen Winkels bei der Gitterführung

## Der kritische Winkel

Die Gitterführung bricht für  $r < r_{\min}$  zusammen (diskretes Potential, thermische Schwingungen). Entsprechender Winkel:  $\Psi_c$

Transversale kinetische Energie = 0 für  $r = r_{\min}$ .



$$E_{\perp} = U(r_{\min})$$

Beim Eintritt gilt:

$$E_{\perp} = E \Psi_c^2$$



$$\Psi_c = \sqrt{\frac{U(r_{\min})}{E}}$$

Typische Werte:

$$U(r_{\min}) \approx 100 \text{ eV}$$

$$E \approx 1 \text{ MeV} \quad \Rightarrow \Psi_c \approx 10 \text{ mrad} \approx 1^\circ$$

Für  $\tau_{\min}$  entscheidend ist die mittlere quadratische thermische Schwingungsamplitude  $\bar{g}$ :

$$\boxed{\Psi_c(\bar{g}) = \frac{1}{\sqrt{E}} \sqrt{\frac{Z_1 Z_2 e^2}{d}} \sqrt{\ln \left[ \left( \frac{c\alpha}{\bar{g}} \right)^2 + 1 \right]} =} \\ = \frac{\Psi_1}{\sqrt{2}} \sqrt{\ln \left[ \left( \frac{c\alpha}{\bar{g}} \right)^2 + 1 \right]}$$

$$\Psi_1 := \sqrt{\frac{2 Z_1 Z_2 e^2}{E d}}$$

Für 1 MeV  ${}^4\text{He}^+$  / Si <110>, T = 300 K:

$$\Psi_c^{\text{Theorie}} = 0.65^\circ ; \quad \Psi_c^{\text{Experiment}} = 0.55^\circ$$

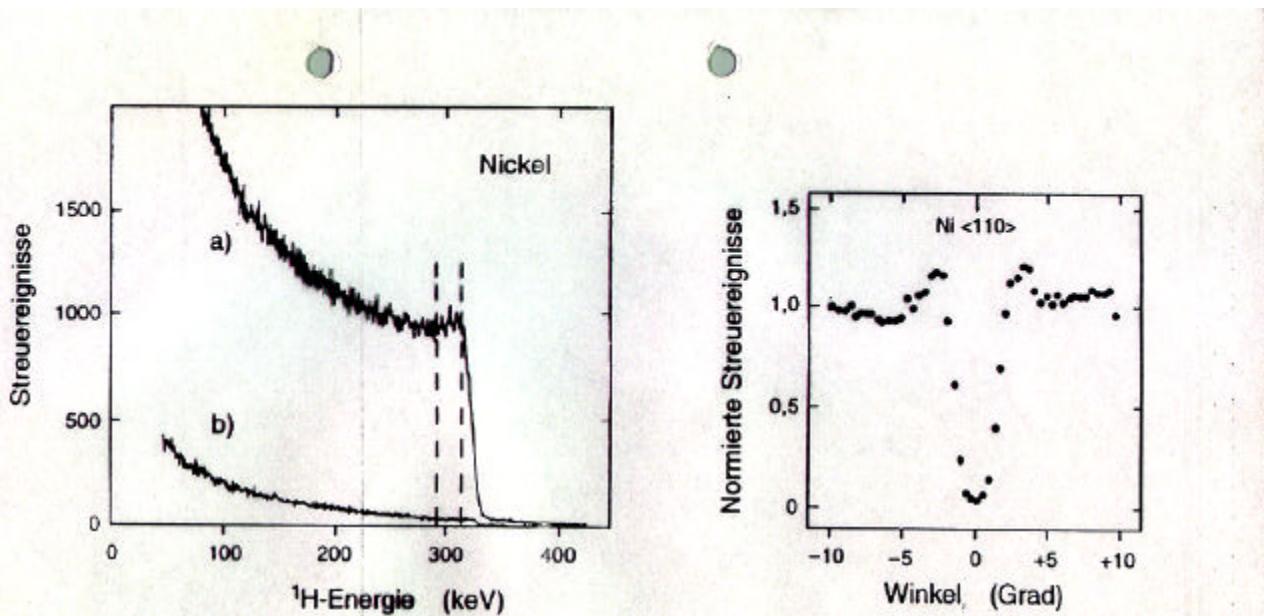


Abb. 11.19 Rutherford-Rückstreupekturen für 350 keV Protonen auf Nickel (links):  
 a) Strahl entlang einer willkürlichen Richtung ("random"). b) Strahl entlang der  $<110>$ -Richtung. Gitterführungsspektrum (rechts), das durch Auftragung der Streuereignisse zwischen den gestrichelten Linien über dem Winkel zur Kristallachse erhalten wird

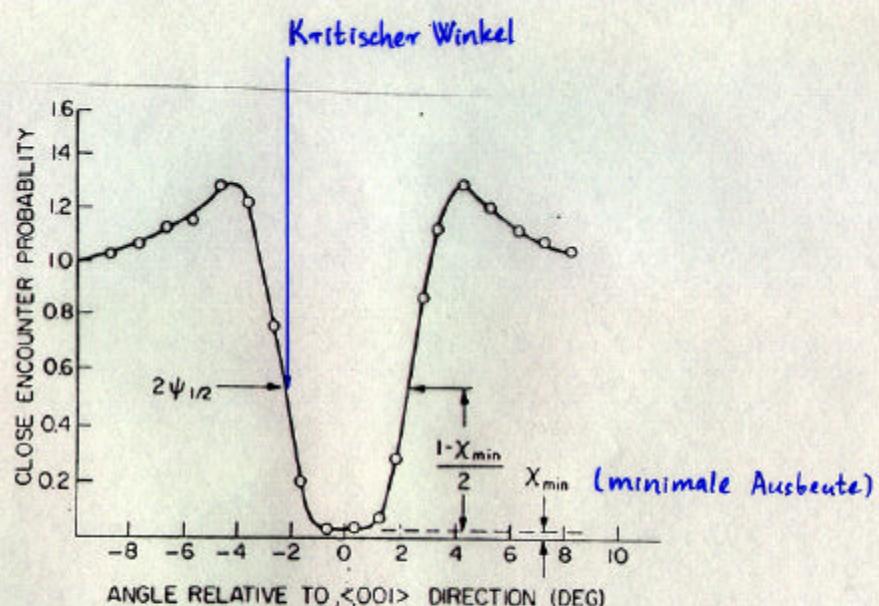


FIG. 2.3 Schematic of the close-encounter probability as a function of the angle between the beam and symmetry direction of the crystal. The experimental definition of the angular width  $\psi_{1/2}$  and the minimum yield  $x_{\min}$  is given. The actual data points are for the case of 480-keV protons incident on W(001) at 390 K [From Andersen (1967).]

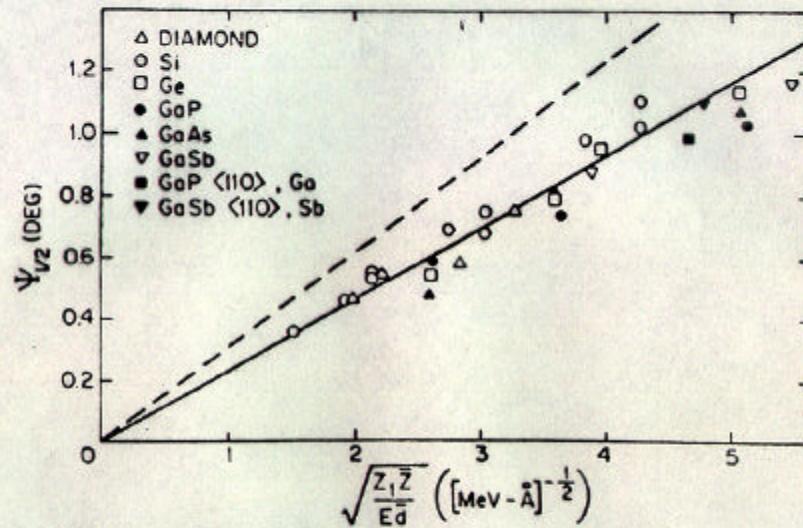
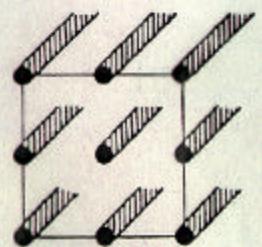
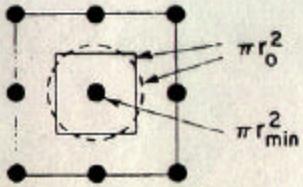


FIG. 2.4 Measured critical angles for a variety of atomic systems as a function of the parameter  $Z_1 \bar{Z}/Ed$ . In compound semiconductors  $\bar{Z}$  and  $d$  correspond to the average atomic number and average spacing along the row. The data are compared to the prediction of Eq. (2.11) (dashed line). [From Picraux *et al.* (1969).]



CRYSTAL SURFACE



**FIG. 2.5** View of an ideal crystal showing the continuous strings of atoms and defining the area/string  $\pi r_0^2$  and the area associated with the distance of closest approach  $\pi r_{\min}^2$ .

## Die minimale Ausbeute

Die Ionen, für die gilt  $\tau < \tau_{\min}$  entkommen die Gitterführung. Der relative Beitrag dieser Ionen ist

$$\chi_{\min} = \frac{\tau_{\min}^2 \pi}{\tau_0^2 \pi} = \left( \frac{\tau_{\min}}{\tau_0} \right)^2$$

$$\tau_0 = \frac{1}{\sqrt{\pi N d}}$$

Für thermisch bedingte Dechanneling gilt:

$$\boxed{\chi_{\min}(g) = N d \pi g^2}$$

## Energieabhängigkeit:

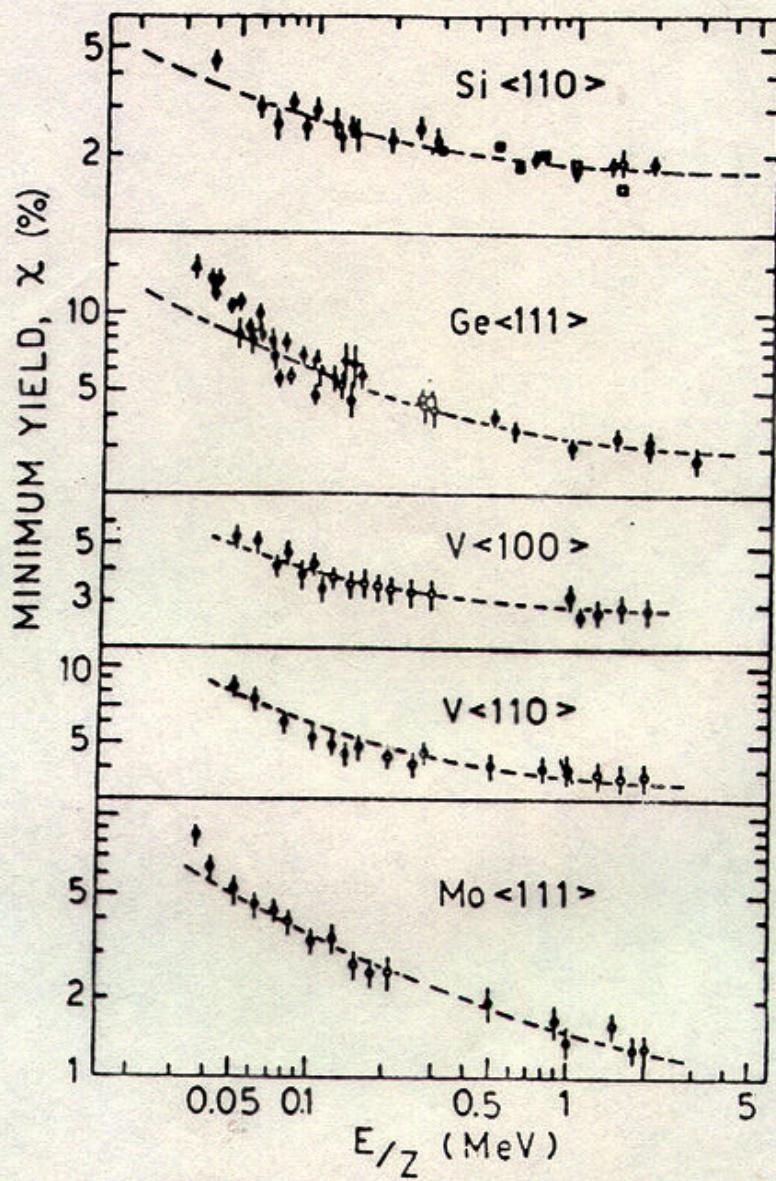
Streuwinkel nach dem ersten Atom:

$$\phi_1 = \frac{z_1 z_2 e^2}{E r_1}$$

Gitterführung:

$$\phi_1 < \psi_1 \Rightarrow r_1 > \sqrt{\frac{z_1 z_2 e^2 d}{2 E}}$$

$\chi_{\min}$  nimmt mit zunehmender  $E$  ab.



**FIG. 2.6** Axial minimum yields in percent for several ion-target combinations. The dashed lines represent a fit to the experimental data using the formula  $\chi_{\min} = K N d \pi \rho^2 (1 + \psi_c^2 d^2 / k u_1^2)^{1/2}$ . Si:  $K = 2.7$ ,  $k = 1.2$ ; Ge:  $K = 2.8$ ,  $k = 1.0$ ; V <100>:  $K = 2.6$ ,  $k = 1.2$ ; V <110>:  $K = 2.6$ ,  $k = 1.1$ ; Mo:  $K = 2.8$ ,  $k = 0.8$ . In Eq. (2.14)  $K = 3$ ,  $k = 1.2$ . [Adapted from Della Mea et al., (1975).]